



DOĞRUSAL OLMAYAN SCHRÖDINGER DENKLEMİ İÇİN KÜTLE KORUYAN SAYISAL BİR YÖNTEM

Prof. Dr. Ayhan AYDIN^{1,*}, Sıla Selenay KOÇ^{2,3},

¹Atılım Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, Ankara, Türkiye

²Atılım Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik ABD, Ankara, Türkiye

³İzmir Ekonomi Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, İzmir, Türkiye

ÖZET

Matematiksel fiziğin birçok olgusu — su dalgalarının yayılımı, katı ortam davranışları, biyomoleküler dinamikler gibi — doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denklemler ile tanımlanabilir. Optik fiberde tek dalga yayılımı, aşağıdaki doğrusal olmayan kübik Schrödinger (NLS) denklemiyle modellenir:

$$iU_t + kU_{xx} + \beta|U|^2U = 0 \quad (1)$$

Burada k sabit bir katsayıyı, $U(x, t)$ ise karmaşık değerli bir fonksiyonu temsil eder. NLS denklemi doğrusal olmayan bir kısmi diferansiyel denklem olup, genel bir analitik çözümü mevcut değildir; ancak bazı özel durumlar altında periyodik ve soliton çözümleri mevcuttur. Bu nedenle, modelin dinamiklerini anlayabilmek için sayısal çözüm zorunludur.

Bununla birlikte, literatürde yaygın olarak kullanılan 4. mertebeden açık Runge–Kutta yöntemi gibi her sayısal yöntem denklemin kütle ve enerji gibi korunum özelliklerini korumaz ve bu anlamda güvenilir sonuçlar vermez. Uygun olmayan sayısal ayrıklaştırmalar sayısal çözümde kolayca "patlamaya" ve "sayısal kaosa" neden olabilir. Yapı koruyan (*structure-preserving*) sayısal yöntemlerin, yapı korumayan yöntemlere göre daha iyi ve güvenilir sonuçlar verdiği bilinmektedir.

Bu çalışmada, doğrusal olmayan Schrödinger (NLS) denklemi için Crank–Nicolson yöntemi temelli yeni bir yapı koruyan sayısal şema önerilmektedir. Sayısal çözümün varlığı gösterilmiştir. Bazı öncül tahminler (*priori estimates*) ve yakınsaklık analizi tartışılmıştır. Yöntemin etkinliği sayısal sonuçlarla desteklenmiştir.

Anahtar Kelimeler 1.Sonlu Fark Şeması, 2.Doğrusal Olmayan Schrödinger Denklemi, 3.Sayısal Analiz

Kaynaklar

- [1] J. M. Sanz-Serna, *Studies in Numerical Nonlinear Instability I. Why do Leapfrog Schemes Go Unstable*, SIAM J. Sci. Stat. Comput., 6(4), 1985.
- [2] A. Aydın, *A convergent two-level linear scheme for the generalized Rosenau-KdV-RLW equation*, Turkish Journal of Mathematics: Vol. 43: No. 5, Article 14. 2019, <https://doi.org/10.3906/mat-1901-110>

*ayhan.aydin@atilim.edu.tr