



MODÜLER YAKLAŞIMLA DIOPHANT DENKLEMLERİ ÇÖZMEK

Gökhan SOYDAN *, Elif KIZILDERE MUTLU

Bursa Uludağ Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, Bursa, Türkiye

ÖZET

A, B ve C sıfırdan farklı, sabit tam sayılar olsun. p, q ve r pozitif tam sayıları $1/p + 1/q + 1/r < 1$ olacak şekilde verilirse, $(x, y, z) = 1$ iken

$$Ax^p + By^q = Cz^r \quad (1)$$

genelleştirilmiş Fermat denklemi sonlu çoklukta tam sayı çözümüne sahiptir. Bu denklemlerin çözümünde kullanılan, Galois temsilleri ve modüler formları baz alan modern teknikler (Frey-Hellegouarch eğrileri ile ilgili metotlar, Ribet'in seviye düşürme teoreminin varyantları ve elbette eliptik eğrilerin veya rasyoneller veya tamamen reel sayı cisimleri üzerinde tanımlı abelyan varyetelerin modülerliği) “modüler yaklaşım” olarak adlandırılır. Bu yaklaşım (1) denkleminin çözümlerinin kümesi hakkında kısmi sonuçların bulunmasını (bazen de tüm çözümlerin bulunmasını) mümkün kılar. Son zamanlarda (1) denklemi ile ilgili yapılan çalışmaları özetleyen bir inceleme (survey) makalesi yayınlanmıştır, [3]. Bu konuşmada, modüler yaklaşım tanıtılarak (1) tipindeki bazı Fermat denklemlerin [1, 2] ve (1) tipine dönüştürülebilen bazı genelleştirilmiş Lebesgue-Nagell-Ramanujan denklemlerinin [4, 5, 6] modüler yaklaşımla nasıl çözüldüğü gösterilecektir. Bu çalışma FGA-2023/1545 nolu Bursa Uludağ Üniversitesi BAP projesi ile desteklenmiştir.

Anahtar Kelimeler 1. Diophant denklem, 2. Eliptik eğri, 3. Galois temsili, 4. Modüler form.

Kaynaklar

- [1] K. Chałupka, A. Dąbrowski, G. Soydan (2022). On a class of generalized Fermat equations of signature $(2, 2n, 3)$, J. Number Theory, 234, 153–178.
- [2] K. Chałupka, A. Dąbrowski, G. Soydan (2024). On a class of generalized Fermat equations of signature $(2, 2n, 3)$ -II, yayına sunuldu.
- [3] A. Ratcliffe, B. Grechuk (2025). Generalized Fermat equation: A survey of solved cases, Expositiones Mathematicae, 43, 1–59.
- [4] E. K. Mutlu, M. Le, G. Soydan (2022). A modular approach to the generalized Ramanujan-Nagell equation, Indagationes Mathematicae, 33, 992–1000.
- [5] E. K. Mutlu, G. Soydan (2024). On the solutions of some Lebesgue-Ramanujan-Nagell type equations, International Journal of Number Theory, 20, 1195–1218.
- [6] E. K. Mutlu, G. Soydan (2025). On the solutions of some Lebesgue-Ramanujan-Nagell type equations-II, yayına sunuldu.

*Sorumlu Yazarın E-postası: gsoydan@uludag.edu.tr