



TOPOLOJİK DATA ANALİZİ VE FOURIER DÖNÜŞÜMÜ İLE PARAMETRİK EĞRİLERİ GÖRÜNTÜ TANIMA

Şule Şahin¹,

¹Hitit Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, Çorum, Türkiye

ÖZET

Topolojik Veri Analizi (Topological Data Analysis, TDA), yapısal özellikleri bozmadan veri kümelerinin topolojik bileşenlerini analiz etmeye olanak tanır. Bu çalışmada, özellikle cycloid ve hypocycloid gibi parametrik eğrilerin örüntü tanıma problemlerinde Fourier Analizi ile Kalıcı Homoloji (Persistent Homology) yönteminin bütünleştirilerek kullanımı ele alınmaktadır. Fourier Analizi, periyodik eğrilerin frekans bileşenlerini çözümleyerek,

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) \right)$$

şeklindeki Fourier serileriyle eğrilerin harmonik özelliklerini ortaya koyar [1]. Örneklenmiş noktalardan elde edilen veri bulutu $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ üzerinden oluşturulan Vietoris-Rips kompleksi $VR(X, \epsilon)$ kullanılarak kalıcı homoloji hesaplanır[2]. Filtrasyon parametresi ϵ arttıkça H_0 (bağlı bileşen), H_1 (döngü) ve H_2 (boşluk) gibi homoloji gruplarının ömürleri analiz edilerek kalıcılık diyagramı (persistence diagram) elde edilir[1].

Bu bağlamda, her bir topolojik özelliğin ilk oluştuğu (doğum) ve yok olduğu (ölüm) parametrik değerler (b_i, d_i) olarak tanımlanır. Bu çiftler, kalıcılık diyagramı veya barkod gösterimiyle zaman içinde hangi yapıların daha kararlı (persistent) olduğunu gösterir [2].

Bu yöntem, eğrilerin hem frekans hem de şekil tabanlı sınıflandırmalarında güçlü bir yaklaşım sunar. Python ortamında gerçekleştirilen analizlerde NumPy, scikit-tda, Ripser.py ve Matplotlib gibi açık kaynaklı kütüphaneler kullanılmıştır.

Anahtar Kelimeler 1. Topolojik veri analizi, 2. Fourier dönüşümü, 3. Görüntü tanıma.

Kaynaklar

- [1] Bracewell, R. N. (2000). *The Fourier Transform and Its Applications* (3rd ed.). McGraw-Hill.
- [2] Ghrist, R. (2008). Barcodes: The persistent topology of data. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 45(1), 61–75.
- [3] Wasserman, L. (2018). Topological data analysis. *Annual Review of Statistics and Its Application*, 5, 501–532.