



$\mathbb{R}^m$ ÜZERİNDE VEKTÖREL ÇARPIM VE LİE CEBİRİ YAPISI

Umut Selvi^{1,*}, Derya Sağlam¹, Emel Karaca¹

¹Ankara Hacı Bayram Veli Üniversitesi, Polatlı Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, Ankara, Türkiye

ÖZET

Vektörel çarpım, klasik diferansiyel geometri ve Lie cebirleri teorisinde temel bir öneme sahiptir. Klasik $\mathbb{R}^3$ vektörel çarpım,

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2v_3 - u_3v_2, u_3v_1 - u_1v_3, u_1v_2 - u_2v_1),$$

şeklinde tanımlanan bilinear ve antisimetrik bir işlem olup, $\mathbb{R}^3$ ile $\mathfrak{so}(3)$ Lie cebiri (3×3 ters simetrik matrisler) arasında bir izomorfizm tanımlar. Daha önceki çalışmalarda, $\mathbb{R}^3$, $\mathbb{R}^6$ ve $\mathbb{R}^7$ uzayları üzerinde bu yapının var olduğu ispatlanmıştır. Yedi boyutlu vektörel çarpım, oktonyon cebiri $\mathbb{O}$ 'dan türetilir ve

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \text{Im}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}),$$

şeklinde ifade edilir, burada Im , oktonyon çarpımının sanal kısmını temsil eder. Birleşmeli olmasına rağmen, bu çarpım Lie cebirlerinin bir genellemesi olan Malcev cebiri yapısı oluşturur. Bu çalışmada, bu yapı daha yüksek boyutlara genişleterek, $\mathbb{R}^m$ uzayının benzer bir vektörel çarpıma ve Lie cebiri yapısına sahip olması için gerekli koşullar araştırılıp, cebirsel ve geometrik özellikleri incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler İzomorfizm, Lie Cebir, Vektörel Çarpım.

Kaynaklar

- [1] Karakaş B., Gündoğan, H., Generalized cross product in $\mathbb{R}^6$ and $\mathbb{R}^m$, $m = n(n-1)/2$, Commun. Fac. Sci. Univ. Ank. Ser. A1 Math. Stat., 1990, 39.

*Sorumlu Yazarın E-postası: umut.selvi@hbv.edu.tr